フィボナッチ数列

教科書には，写真のページに「ヒマワリとまつぼっくりには，フィボナッチ数列が隠されている」なんてのが，よくある例です。その関係で等角螺旋という言葉まで出ているものもあります。もちろん，教科書の本文には書いてありません。本文にはフィボナッチ数列を決める漸化式が書いてあるのが共通です。隣り合う２項の比が黄金数に近づいていくとか，４項目ごとに３の倍数だとか「たくさんの面白い性質がある」というのも共通です。

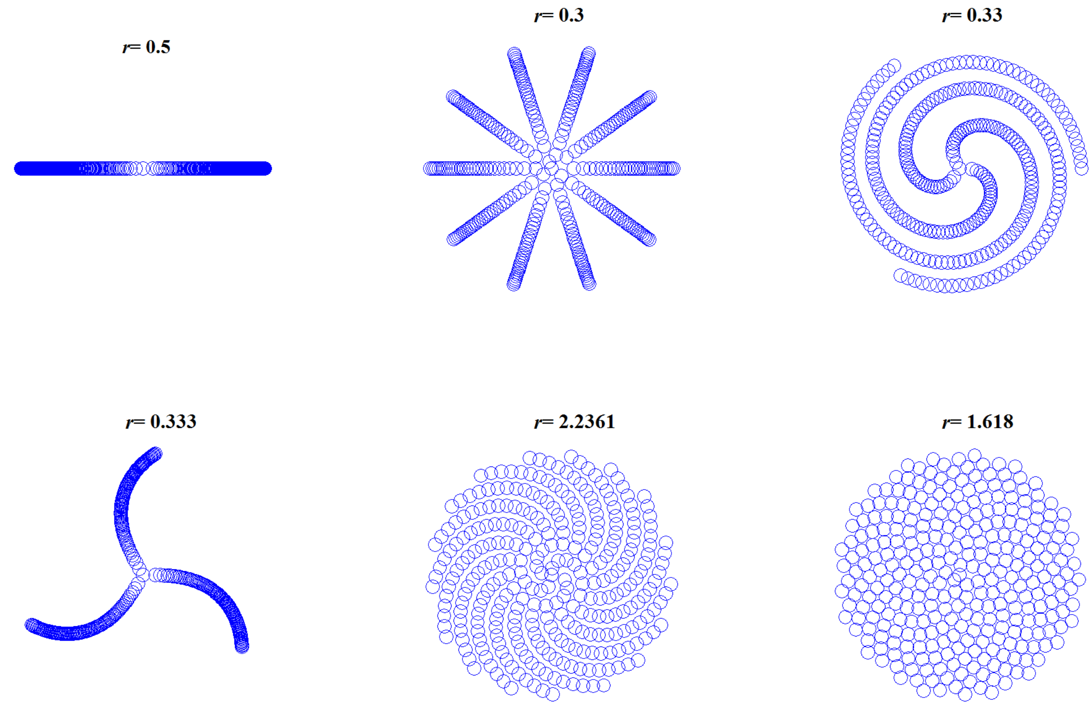
雑誌ニュートンの別冊「図形に強くなる」という本に，ヒマワリとかまつぼっくりのシミュレーションというのがあって，さっそくまねして話題としてだけ知っていたものを試してみました。

１段ずつ登るか１段おきに登るかで階段の登り方は何通りあるか，とか，翌々月から一対の子を産むウサギは何対になるかとか，問題は違っても，漸化式で表すと $a_1 = 1, a_2 = 1, a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$

さて，葉序の問題（葉ができるだけ光を受けるには，どう枝に着いていけばいいか）

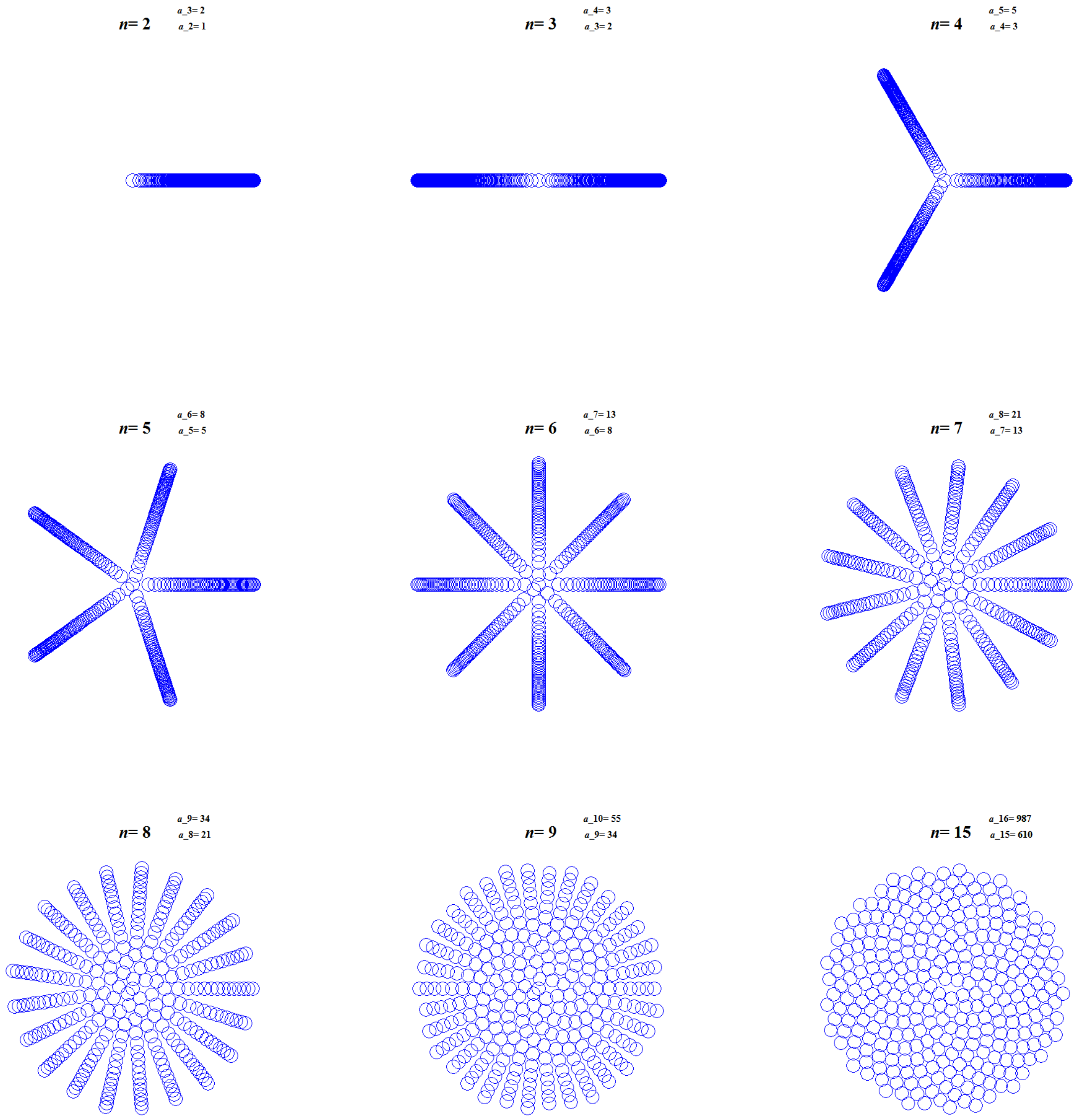
中心の周りに回転して，ちょっと成長する。その回転角度が，$\theta = r \times 360^\circ$ この r を色々の比で実験すると

$r = 0.5$ (枝が２本), 0.3 (枝が最初は３本くらいでそのうち 10 本), $0.33, 0.333, \sqrt{5}, \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$



なるほど，黄金数 $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ は重なりが少ないという意味で一番優れている。

フィボナッチ数列の話になると $\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$ が黄金数に近づいていくことになる。近づいていくこと自体は，連立３項間漸化式の解き方で，$a_n = \dfrac{1}{\sqrt{5}}\left\{\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right\}$ となるのですぐわかる。



最後の図で右の渦と左の渦を数えてみると，左 21，右 34 でこれがまたフィボナッチ数列の項の隣り合う数。 $n = 9$ 位のときは左 21，右 13。どれになるかは，どうも大きさに関係ありそうだ。