

ORI 予選 2024 推薦問題

1. 以下の値は有理数である。これを既約分数の形で表せ。

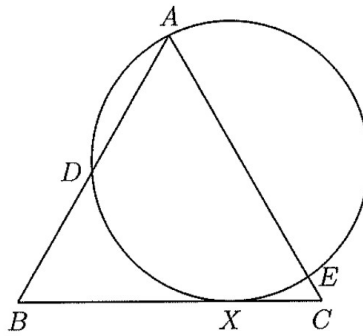
$$\sqrt{\frac{123! - 122!}{122! - 121!}}$$

2. どの桁に現れる数字も素数であるような正の整数を素敵な数とよぶ。

3桁の正の整数 n であって、 $n + 2024$ と $n - 34$ がともに素敵な数であるものはちょうど2つある。
このような n をすべて求めよ。

3. 一辺の長さが10の正三角形 ABC がある。

A を通る円が辺 BC (端点を除く) と点 X で接し、辺 AB, AC とそれぞれ A でない点 D, E で交わっている。
 $BX > CX, AD + AE = 13$ がともに成り立つとき、線分 BX の長さを求めよ。



4. n を0以上 5^5 以下の整数とする。黒石 n 個と白石 $5^5 - n$ 個を横一列に並べ、次の操作を5回繰り返す。
石の列を左から順に5個ずつ組にする、各組に対して、その組に属する5個の石を、それらの5個の石のうち多い方の色の石1個に置きかえる。

最初の石の並べ方によらず、最後に残る1個の石が必ず黒石であるような n としてありうる最小の値を求めよ。

5. 10以上の整数 n であって、 $\left[\frac{n}{1} \right] \left[\frac{n}{2} \right] \cdots \left[\frac{n}{10} \right] = {}_n C_{10}$ をみたすようなもののうち、最小のものを求めよ。